

АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 681.513

[https://doi.org/10.32515/2664-262X.2026.14\(45\).194-204](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2026.14(45).194-204)

С. І. Осадчий, проф., д-р техн. наук, **В. С. Мажаров**, канд. техн. наук, **Ю. Б. Ситник**, доц., канд. техн. наук, **М. І. Романович**

Центральноукраїнський національний технічний університет, м.Кропивницький, Україна

Українська державна льотна академія, м.Кропивницький, Україна

e-mail: srg2005@ukr.net, mazharovpp@gmail.com

Лінійна модель алгоритму зворотної кінематики платформи Стюарта

Мета статті полягає у підвищенні якості відтворення реальних рухів повітряного судна у лабораторних умовах з допомогою платформи Стюарта. Для її досягнення визначено ключове джерело обмеження точності, яким є недосконалість систем керування рухом таких платформ. Для подолання цього недоліку поставлена задача створення необхідних умов для використання методології синтезу конкурентоспроможних комплексів керування рухами платформи Стюарта у просторі. Її розв'язок дозволив створити новий алгоритм лінеаризації процесу пошуку рішення зворотної задачі кінематики. Він заснований на використанні сучасної інформаційної технології ідентифікації багатовимірних нелінійних об'єктів керування. У статті наведено приклад використання цього алгоритму та показано його високу ефективність.

платформа Стюарта, зворотна кінематика, ідентифікація, коваріація, спектральна щільність, матриця, збурення, вектор

Постановка проблеми. Платформа Стюарта [1] була створена у 1965 як засіб з шістьма ступенями свободи необхідний для відтворення просторових рухів повітряного судна в лабораторних умовах. Вона дозволила створити широке коло комплексів імітації натурних умов польоту, які дозволяють розв'язувати такі складні завдання як:

- динамічна атестація сенсорів авіоніки;
- налаштування та випробування автопілотів та бортових систем керування;
- дослідження психофізіологічних властивостей людини;
- налаштування систем стабілізації прицілу та стрілецького обладнання;
- тренажерна підготовка пілотів.

В той же час, не дивлячись на багаторічну історію вдосконалення комплексів моделювання на базі платформи Стюарта, точність відтворення реальних стохастичних рухів повітряного судна в лабораторних умовах залишається обмеженою. Зазначене обмеження часто є причиною не тільки збільшення часу, трудомісткості та вартості розробки бортового обладнання, але й погіршення якості тренажерної підготовки пілотів. Ключовим джерелом цих обмежень є недосконалість системи керування рухом платформи, яка імітує поведінку об'єкта моделювання. Якість зазначеної системи визначається тим наскільки рухи платформи є близькими до відповідних рухів об'єкта моделювання[3]. Як доведено, наприклад в джерелах [4-6], досягти найкращого наближення можливо лише у оптимальних системах керування рухами багатовимірного об'єкта керування (платформи Стюарта). Однак, використання методів синтезу оптимальних систем керування для створення комплексу імітації натурних умов польоту з допомогою платформи Стюарта ускладнене дією двох

факторів. По-перше, це випадковий характер багатовимірних рухів платформи при відтворенні умов польоту [7]. По-друге, наявність суттєвих нелінійностей, що діють на входах та виходах платформи завдяки необхідності розв'язання задач зворотної та прямої кінематики [8,9]. Отже, створення оптимальної системи імітації натурних умов польоту є науково-прикладною проблемою, оскільки досі відсутні загальні методи синтезу багатовимірних нелінійних оптимальних стохастичних систем керування.

Цей матеріал присвячено пошуку шляху подолання дії визначених вище факторів та створення необхідних умов для використання методології синтезу конкурентоспроможних комплексів керування [3] рухами платформи Стюарта у просторі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розгляд конструкції та кінематичної схеми платформи Стюарта (рис. 1) показує, що зворотна задача кінематики для цього механізму [8-10] полягає у визначенні вектору L довжин тяг l_k ($k=1, \dots, 6$) за вектором заданого положення платформи rO відносно основи bO у Декартовому просторі.

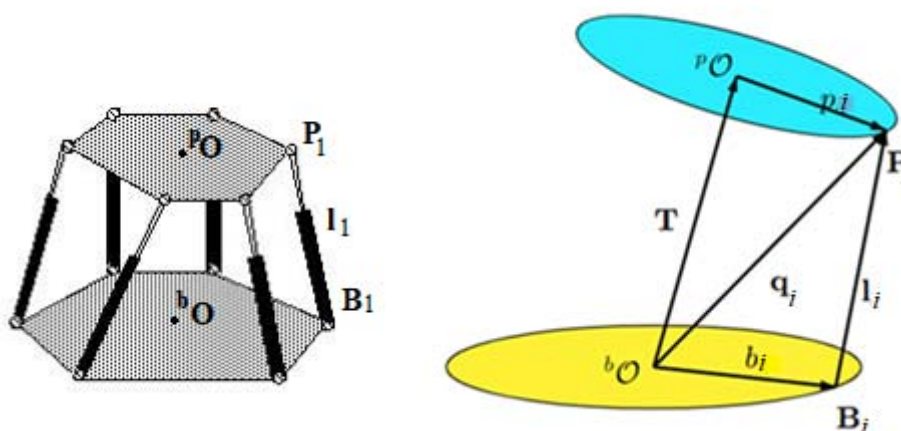


Рисунок 1 – Конструкція макету та кінематична схема платформи Стюарта
Джерело: розроблено на підставі [10, 11]

При використанні аналітичного методу вектор L формується в результаті виконання нелінійних перетворень вихідних даних про бажане положення платформи, представлених у вигляді вектору r

$$r = [x \ y \ z \ \vartheta \ \gamma \ \psi]^T, \quad (1)$$

де x, y, z – бажані координати кінця вектору T (рис.1); ϑ, γ, ψ – бажані значення кутів Ейлера-Крилова платформи, що представлена синім кольором на рис. 1; індекс «/» – знак транспонування.

Числові методи засновані на припасовуванні довжин тяг до вектору r та складаються з двох різновидів: обертання Якобіана [8,9] та евристичних перетворень [12,14]. Перший різновид заснований на моделюванні рівняння прямої кінематики за допомогою розкладу в ряд Тейлора та подальшого обертання результату. Головна вада цієї групи методів пов'язана з накопиченням похибок лінеаризації та застосуванням операції псевдо обертання матриці [15]. Методи евристичних перетворень є більш гнучкими оскільки замість обертання рівнянь прямої кінематики спираються на ітераційну оптимізацію різниці між поточним положенням платформи та бажаним для пошуку наближеного розв'язку.

Інтелектуальні методи [13] засновані на використанні нейро-нечітких методів пошуку рішення зворотної задачі кінематики. Як правило, для навчання нейронної

мережі ці методи використовують множину розв'язків прямої задачі кінематики. Це дає можливість запобігти виникненню неприємностей числових методів, оскільки заміною операцію обертання на здійснення навчання мережі.

Наведена характеристика методів розв'язання зворотної задачі кінематики вказує на те, що найвищою потенційною точністю володіють рішення отримані аналітичним методом, оскільки вони дозволяють знайти результат безпосередньо без використання опосередкованих обчислень.

Таким чином, платформу Стюарта як об'єкт керування можна представити у вигляді послідовного з'єднання як мінімум двох багатовимірних елементів (рис. 2). Перший елемент ОК є багатовимірним та нелінійним, що здійснює розв'язання оберненої задачі кінематики. На його вході діє вектор (1) координат бажаного положення платформи r . На виході блоку діє вектор довжин тяг L , спотворений похибками розв'язання вказаної вище задачі, що поєднані у вектор φ .

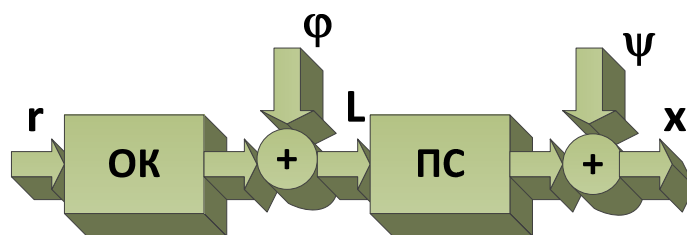


Рисунок 2 – Структура платформи Стюарта

Джерело: розроблено авторами

ОК існує віртуально у вигляді певного алгоритму реалізації обраного методу розв'язання зворотної задачі кінематики. Другий елемент ПС (рис.2) являє собою фізичний об'єкт, з відомою конструкцією (наприклад, рис.1). На входах приводів його тяг діють компоненти вектору L . Під дією цих сигналів відбувається зміна положення платформи ${}^P O$. Рух платформи супроводжується дією сил та моментів опору, які утворюють вектор збурень ψ . Виходом другого елементу є вектор x координат фактичного положення платформи Стюарта у Декартовому просторі. У ідеальному випадку виконується рівняння

$$x = r. \quad (2)$$

У реальній ситуації вплив векторів φ , ψ та динаміки блоків ОК та ПС порушує рівняння (2), та обґрунтовує необхідність синтезу багатовимірної системи керування [8, 16]. Ця система повинна забезпечити найбільш точне виконання рівняння (2).

Досягти цієї мети можливо лише у оптимальній системі, проектування якої може бути здійснене в результаті застосування однієї з технологій, представлених у монографії [10].

Необхідною умовою застосування технологій з джерела [10] є опис динаміки багатовимірного об'єкта керування у вигляді системи лінеаризованих диференціальних рівнянь. Якщо різноманітні варіанти таких рівнянь динаміки збуреного руху ПС, як одного з елементів об'єкта керування відомі [1, 8, 16], то отримання лінеаризованої моделі динаміки ОК (рис. 2) вимагає постановки та розв'язання відповідної науково-технічної задачі.

Постановка завдання. Для досягнення мети дослідження пропонується сформулювати наступне завдання. Будемо вважати, що розв'язання задачі зворотної кінематики платформи Стюарта виконується підсистемою inv_cn (рис. 3), представленою вперше у статті [10].

Ця підсистема реалізована у середовищі Simulink пакета Matlab на платформі 64 розрядного комп'ютеру та використовує аналітичний метод розв'язання задачі

зворотної кінематики. Входом підсистеми (In 1) є вектор бажаного положення платформи r , а виходом (Out 1) вектор довжин тяг L

$$L = [|l_1| \quad |l_2| \quad |l_3| \quad |l_4| \quad |l_5| \quad |l_6|], \quad (3)$$

де $|l_i|$ - довжина тяги з номером i (рис. 1). Вона визначається з нелінійного рівняння

$$|l_i| = |T + R \times p_i \times \bar{R} - b_i|, \quad (4)$$

де T , p_i , b_i – вектори, представлені на рис. 1, R – кватерніон повороту платформи відносно основи, \times – знак векторного добутку. Визначення довжин тяг здійснюється блоками підсистеми. Блок Rotation Angles to Quaternions бібліотеки Aerospace Blockset/Utilities/Axes Transformations призначений для формування кватерніону R . Блок Atomic Subsystem призначено для приведення вектору p_i до системи координат зв'язаної з основою та початком у точці bO (рис.1). Блок Atomic Subsystem 1 призначено для формування матриці з векторів b_i , що визначають координати точок B_i (рис. 1) відносно системи координат, зв'язаної з основою платформи Стюарта. Блок Constant формує матрицю з векторів T , які визначають положення полюсу pO платформи (рис. 1) відносно бази bO .

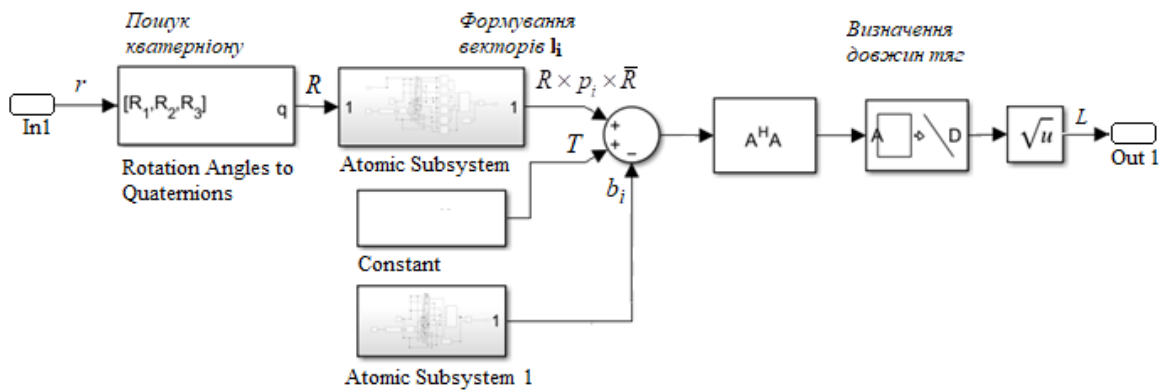
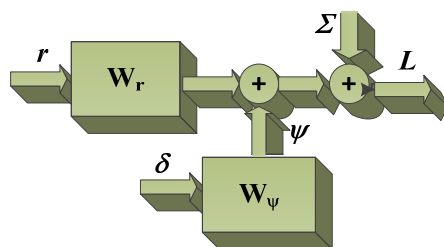


Рисунок 3 - Підсистема розв'язання зворотного завдання кінематики

Джерело: розроблено авторами

У статті [19] представлено оригінальний метод активної ідентифікації лінеаризованої моделі динаміки блоків із стандартними типами нелінійностей [19] та скалярними входом та виходом. Цей метод заснований на моделюванні роботи блоку з нелінійностями в конкретних умовах шляхом подачі на його входи центрованих стаціонарних випадкових процесів із необхідними характеристиками та спостереженням за його реакціями. Використання ідеї цього методу дозволяє замінити нелінійну підсистему *inv_cp* (рис. 3) лінеаризованою моделлю (рис. 4). Як видно з рис. 4, лінеаризована модель відрізняється наявністю трьох входів та одного виходу. На її першому вході діє вектор бажаного положення платформи r , на другому – вектор некорельованих білих шумів одиничної інтенсивності, які породжують незалежні від r випадкові зміни довжини тяг ψ , на третьому вході може виникати додаткова детермінована складова зміни довжини тяг платформи Σ . Динаміку перетворення цих векторів у вектор довжин тяг L характеризують матриці передавальних функцій W_r та W_ψ .

Рисунок 4 – Структурна схема лінійної моделі підсистеми inv_sp

Джерело: розроблено авторами

Таким чином, завдання дослідження полягає у тому, щоб за результатами спостереження змін векторів r та L знайти матриці передавальних функцій W_r та W_ψ , а також вектор-функцію часу Σ , які забезпечують мінімальну похибку відтворення вектору L .

Виклад основного матеріалу. Для розв'язання цього завдання необхідно виконати низку взаємопов'язаних дій:

- в результаті вивчення конструкції конкретного гексаподу, наприклад рис.5, знайти вектори $T, p_i, b_i, i=1, \dots, 6$ (рис. 3);
 - на основі відомостей із статей [9, 10] та алгоритму (4) розробити модель системи розв'язання задачі зворотної кінематики, у якій передбачити можливість синхронного запису векторів r та L ;
 - здійснити моделювання роботи підсистеми inv_sp при вузько смуговому та широко смуговому стаціонарному випадковому характері зміни компонентів вектору r різної інтенсивності;
 - одним з відомих методів виділити детермінований тренд з компонентів вектору L та сформувавати вектор апроксимацій виділених трендів Σ ;
 - знайти випадкову складову вектору L
- $$L_v = L - \Sigma;$$
- з допомогою пакету Identification Tool Box або функції $idss$ системи Matlab оцінити модель динаміки лінеаризованої системи розв'язання задачі зворотної кінематики у просторі станів

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Br + K\delta \\ L_v = Cx + Dr + \delta \end{cases} \quad (5)$$

- на основі ідентифікованої лінійної моделі блоку inv_sp (5) знайти матриці передавальних функцій W_r та W_ψ

$$W_r = C(E_n s - A)^{-1} B + D, \quad W_\psi = C(E_n s - A)^{-1} K + E_m, \quad (6)$$

де E_n – одинична матриця розміру $n \times n$; s – комплексна змінна $s = j\omega$;

- визначити характеристики похибки відтворення вектору L на виході лінеаризованої моделі.

Припустимо, що в результаті вивчення конструкції макету платформи Стюарта (рис. 5) були визначені вектори $p_i, b_i, i=1, \dots, 6$ та складені таблиці табл. 1 та табл.2. Вектор T визначає положення полюсу pO платформи (рис. 1) відносно бази bO та дорівнює

$$T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 110 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \text{ м.} \quad (7)$$

Необхідно створити модель підсистеми розв'язання зворотної задачі кінематики та визначити матриці передавальних функцій W_r та W_ψ , які характеризують лінеаризовану модель цієї підсистеми у разі подавання на її входи білого шуму різної інтенсивності.

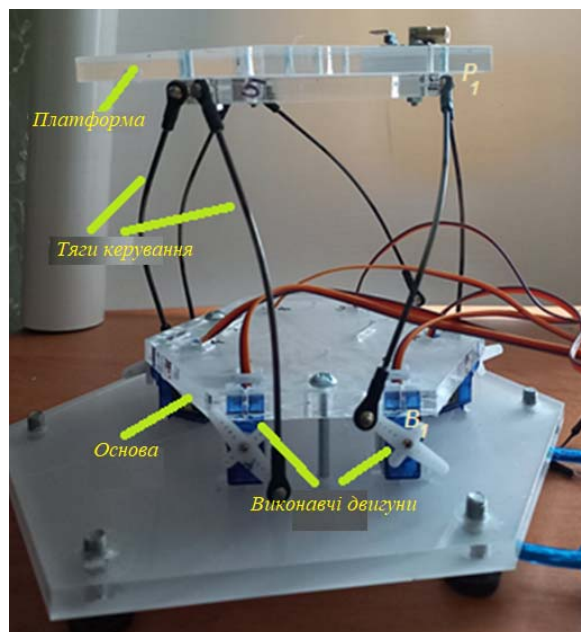


Рисунок 5 – Макет платформи Стюарта [10]

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 1 – Координати опорних точок b_i

№	$x \times 10^{-3}$, м	$y \times 10^{-3}$, м	$z \times 10^{-3}$, м
1	23,1	63,4	0
2	-23,1	63,4	0
3	-66,5	-11,7	0
4	-43,4	-51,7	0
5	43,4	-51,7	0
6	66,5	-11,7	0

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 2 – Координати опорних точок p_i

№	$x \times 10^{-3}$, м	$y \times 10^{-3}$, м	$z \times 10^{-3}$, м
1	50,4	35,3	0
2	-50,4	35,3	0
3	-55,7	26	0
4	-5,4	-61,3	0
5	5,4	-61,3	0
6	55,7	26	0

Джерело: розроблено авторами

У відповідності з представленим методом на основі вихідних даних табл. 1, табл. 2 та рівняння (6), розроблена Simulink модель (рис. 6), яка складається з наступних елементів: генератори білого шуму, що задають зміну кутів крену, ристання та курсу платформи, формувач вектору r , підсистема inv_sp , осцилограф.

Моделювання проведене для декількох варіантів зміни інтенсивності білого шуму (табл. 3). Результати моделювання зберігаються у об'єктах Simulink.SimulationOutput [18] з ідентифікаторами out1, out2, out3, out4. Приклад результатів моделювання для першого варіанту представлено на рис. 7 та рис. 8.

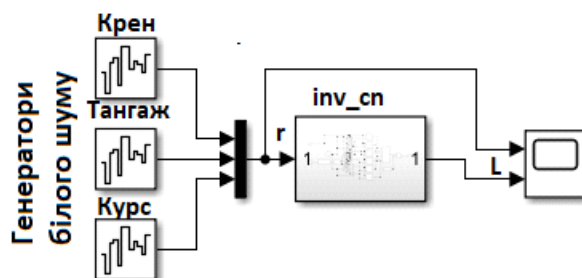


Рисунок 6 – Simulink модель процесу зворотної кінематики

Джерело: розроблено авторами

Таблиця 3 – Дані для моделювання

Варіант №	Інтенсивність шуму	Крок дискретизації, с	Комбінація	Ідентифікатор результату
1	0.1	0.1	23341	out1
2	0.5	0.1	23341	out2
3	1	0.1	23341	out3
4	0.05	0.1	23341	out4

Джерело: розроблено авторами

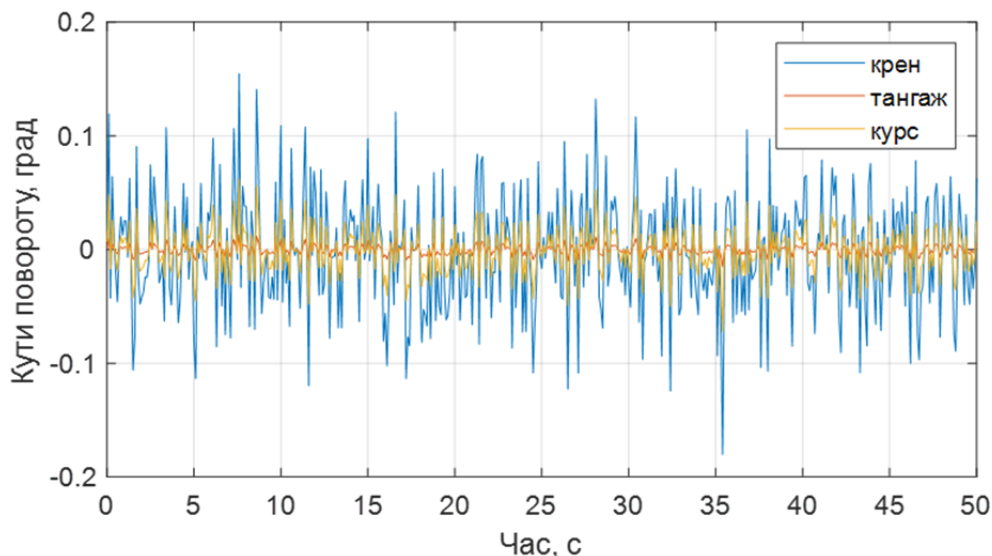


Рисунок 7 – Реалізації компонентів вектору бажаного положення платформи

Джерело: розроблено авторами

Розгляд реалізацій, отриманих в результаті моделювання, показав відсутність регулярних трендів на виходах блоку *inv_cn*, отже вектор апроксимацій виділених трендів Σ є нульовим, а випадкова складова вектору L дорівнює цьому вектору.

Визначення моделі динаміки лінеризованої системи розв'язання задачі зворотної кінематики у просторі станів здійснене з допомогою інструменту Identification Tool Box системи Matlab [19].

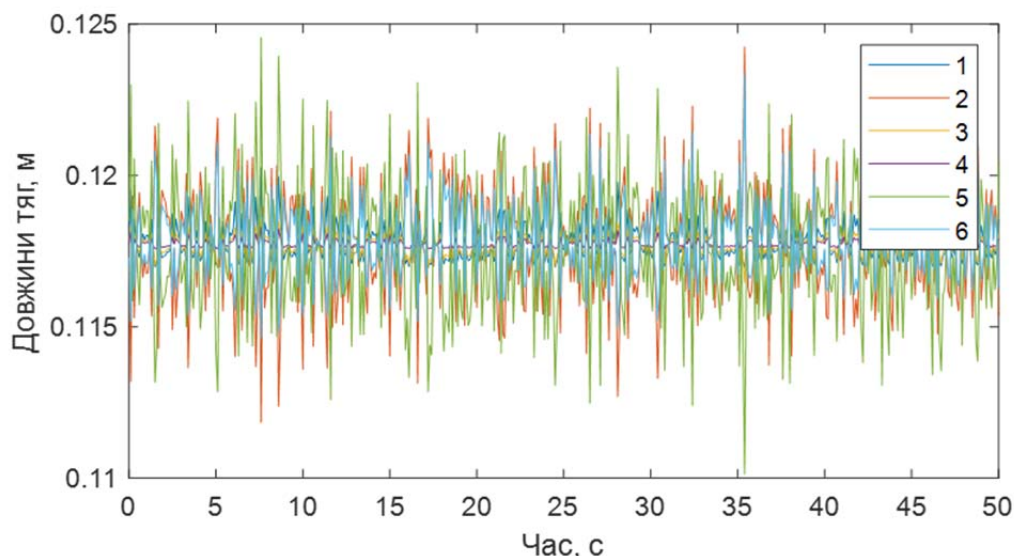


Рисунок 8 – Реалізації компонентів вектору довжин тяг

Джерело: розроблено авторами

Аналіз моделей отриманих для усіх варіантів з табл. 3 показав, що матриці А, В, С та К є нульовими, матриця D є числовою та для варіанту 1 має вигляд

$$D = \begin{bmatrix} -0.012 & 1.28 & 0.064 \\ 0.024 & -2.52 & -0.13 \\ -0.013 & 1.39 & 0.069 \\ 0.0079 & -0.84 & -0.042 \\ -0.027 & 2.906 & 0.15 \\ 0.021 & -2.26 & -0.11 \end{bmatrix}, \text{ м/град.} \quad (8)$$

Матриця коваріацій вектору випадкової зміни довжини тяг ψ для варіанту 1 дорівнює

$$Q_{\psi} = 1 \cdot 10^{-7} \begin{bmatrix} 0.6 & 0.06 & 0.08 & 0.3 & 0.3 & 0.5 \\ 0.06 & 0.01 & 0.009 & 0.04 & 0.03 & 0.07 \\ 0.08 & 0.009 & 0.01 & 0.05 & 0.04 & 0.08 \\ 0.3 & 0.04 & 0.05 & 0.18 & 0.16 & 0.3 \\ 0.3 & 0.03 & 0.04 & 0.16 & 0.16 & 0.3 \\ 0.5 & 0.07 & 0.08 & 0.3 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}, \text{ м}^2. \quad (9)$$

Середньоквадратичне відхилення похибки ідентифікації не перевищує 2 мікрометра, що свідчить про достатньо високу точність лінеаризації методом ідентифікації. Для ілюстрації на рис. 9 наведено графік зміни довжини тяги 1 на виході блоку `inv_sp` та на виході лінеаризованої моделі для варіанту 1. Це найгірший графік співпадінь.

Застосування алгоритмів (6) до результатів ідентифікації за усіма варіантами табл. 3 дозволила визначити, що

$$W_r = D, \quad W_{\psi} = E_6, \quad S_{\psi} = \frac{1}{\pi} Q_{\psi}, \quad (10)$$

де S_{ψ} – матриця спектральних щільностей вектору випадкової зміни довжини тяг незалежно від вектору r .

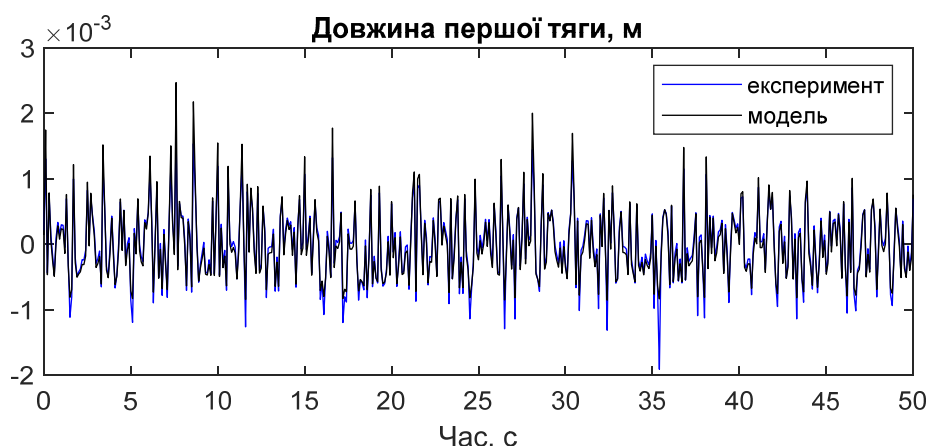


Рисунок 9 – Графіки зміни довжини тяги 1

Джерело: розроблено авторами

Порівняльний аналіз отриманих результатів за варіантами вказує на те, що результати лінеаризації процесу розв'язання зворотної задачі кінематики при широкосмуговому центрованому випадковому вхідному сигналі суттєво залежать від його інтенсивності.

Висновки. Результати дослідження можливості застосування методів лінеаризації для отримання лінійної моделі нелінійного процесу розв'язання завдання зворотної кінематики показують, що

- лінеаризацію доцільно та можливо проводити шляхом застосування технології ідентифікації моделі динаміки багатовимірної системи у просторі станів;
- вихідні дані для ідентифікації повинні бути отримані з обчислювального або натурального експерименту;
- динаміка вектору бажаного положення платформи r повинна відповідати завданню, яке необхідно розв'язувати з допомогою платформи Стюарта;
- віртуальна або фізична модель процесу розв'язання зворотної задачі кінематики повинна відповідати конструкції платформи Стюарта та характеристикам мікроконтролера керування положенням платформи;
- подальші дослідження доцільно спрямувати на лінеаризацію процесу зворотної кінематики платформи Стюарта при вузькосмуговому випадковому векторі її бажаного положення.

Список літератури

1. Stewart D. A Platform with Six Degrees of Freedom. *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineering*. Vol. 180, Part 1, No. 5, pp. 371-386, 1965.
2. Aircraft stochastic multi dimensional motion simulation platform positioning control law synthesis / S.Osadchyi et al. *2025 8th International Conference on Robotics, Control and Automation Engineering: Proceedings of the 8th International Conference RCAE 2025, October 24-26, 2025, Xi'an, China*. Pp. 686-691.
3. Томашевський В.М. Моделювання систем. К.: Видавнична група ВНУ, 2005. 352 с.
4. Технології конструювання сучасних конкурентоспроможних комплексів керування стохастичним рухом об'єктів: монографія / Л.М. Блохін та ін.; за ред. С.І. Осадчого. Кропивницький: Видавець Лисенко В.Ф., 2023. 292 с.
5. Методи сучасної теорії управління /А.П. Ладанюк та ін. К.: Видавництво Ліра-К, 2018. 368с.
6. Okko H. Bosgra, Huibert Kwakernaak, Gjerrit Meinsma Design Methods for Control Systems. Notes for a course of the Dutch Institute of Systems and Control Winter term 2005–2006. p. 325
7. Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid Dynamics of Flight. Stability and Control. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1996. p. 395

8. Lisa Björklund, Erik Gelfgren Imitation of Ocean Wave Movement using a Stewart Platform. Stockholm: KTH Royal Institute of Technology, 2024. p. 78
9. Creating-a-stewart-platform-model-using-simmechanics: веб-сайт. URL: <https://www.mathworks.com/company/technical-articles> (дата звернення: 28.01.2026)
10. Комп'ютерно -інтегрована система імітації рухів носія авіоніки у лабораторних умовах / С.І.Осадчий та ін. *Науковий журнал Прикладні питання математичного моделювання*. Том 7. № 2. 2024. С.125-140
11. Nikolaus Correll, Bradley Hayes, Christoffer Heckman and Alessandro Roncone. Introduction to Autonomous Robots: Mechanisms, Sensors, Actuators, and Algorithms, MIT Press, 2022 (forthcoming).
12. Andreas Aristidou, Joan Lasenby, FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem, *Graphical Models*, Volume 73, Issue 5, 2011, P. 243-260
13. Alavandar S., Nigam M.J. Neuro-Fuzzy based Approach for Inverse Kinematics Solution of Industrial Robot Manipulators. *International Journal of Computers Communications & Control*. 2008. № 3. P. 224-234.
14. D. G. Luenberger. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison Wesley.
15. Zhang, F. (2011). *Matrix Theory: Basic Results and Techniques*. (2nd ed.) Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1099-7>
16. Ozer Ulucay. Design and Control of Stewart Platform. EECS, MS Thesis, Sabanci University, 2006.-131 p.
17. Martin Enqvist *Linear Models of Nonlinear Systems*. Linköping: LiU-Tryck, , Sweden 2005. 190 p.
18. Simulink.SimulationOutput<https://www.mathworks.com/help/simulink/sref/simulink.simulationoutput.html>
19. System Identification Toolbox Documentation<https://www.mathworks.com/help/ident/index.html>

References

1. Stewart, D.A. (1965). Platform with Six Degrees of Freedom. *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineering*, Vol. 180, Part 1, No. 5, 371-386.
2. Osadchyi, S., Zozulya, V., Kalich V., Sieliukov, A. & Ponomarenko, S. (2025). Aircraft stochastic multi dimensional motion simulation platform positioning control law synthesis.: *Proceedings of the 8th International Conference RCAE 2025, October 24-26, 2025, Xi'an, China*. 686 -691.
3. Tomashevskiy, V.M. (2005). System Modeling . K.: Vydavnycha hrupa BHV [in Ukrainian].
4. Blokhin, L.M., Osadchyi, S.I., Didyk, O.K., Vikhrova, L.H. & Kalich, V.M. (2023). *Technology of designing modern competitive stochastic motion control complexes lens*. Kropyvnytskyi: Vydavets Lysenko V.F [in Ukrainian].
5. Ladaniuk, A.P., Kyshenko, V.D., Lutska, N.M. & Ivashchuk, V.V. (2018). *Methods of modern control theory*. K.: Vydavnytstvo Lira-K [in Ukrainian].
6. Okko H. Bosgra, Huibert Kwakernaak, Gjerrit Meinsma (2005). Design Methods for Control Systems. *Notes for a course of the Dutch Institute of Systems and Control* Winte term.
7. Bernard Etkin, Lloyd Duff Reid (1996). *Dynamics of Flight. Stability and Control*. – New York: John Wiley & Sons, Inc.
8. Björklund Lisa, GelfgrErik en (2024). *Imitation of Ocean Wave Movement using a Stewart Platform*. Stockholm: KTH Royal Institute of Technology.
9. <https://www.mathworks.com/company/technical-articles/creating-a-stewart-platform-model-using-simmechanics.html>
10. Osadchyi, S.I., Havryliuk, B.A., Tymoshenko, H.S., & Zozulia, V.A. (2024). Computer-integrated system for simulating the movements of an avionics carrier in laboratory conditions. *Naukovyi zhurnal Prykladni pytannia matematychnoho modelivannia tom 7, № 2*. [in Ukrainian].
11. Nikolaus Correll, Bradley Hayes, Christoffer Heckman & Alessandro Roncone (2022). *Introduction to Autonomous Robots: Mechanisms, Sensors, Actuators, and Algorithms*. MIT Press.
12. Andreas Aristidou & Joan Lasenby. (2011). FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem, *Graphical Models*, Volume 73, Issue 5.
13. Alavandar, S., & Nigam, M.J. (2008). Neuro-Fuzzy based Approach for Inverse Kinematics Solution of Industrial Robot Manipulators. *International Journal of Computers Communications & Control*. № 3.
14. D. G. Luenberger. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison Wesley.
15. Zhang, F. (2011). *Matrix Theory: Basic Results and Techniques*. (2nd ed.) Springer.
16. Ozer Ulucay. (2006). *Design and Control of Stewart Platform*. EECS, MS Thesis, Sabanci University.
17. Martin Enqvist (2005). *Linear Models of Nonlinear Systems*. Linköping: LiU-Tryck, , Sweden.

18. Simulink.SimulationOutput. URL:
<https://www.mathworks.com/help/simulink/slref/simulink.simulationoutput.html>
19. System Identification Toolbox Documentation. URL: <https://www.mathworks.com/help/ident/index.html>

Serhii Osadchyi, Prof., DSc.

Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi, Ukraine

Volodymyr Mazharov, PhD tech. sci., **Yurii Sytnyk**, Assoc. Prof. PhD tech. sci., **Mykola Romanovych**

Ukrainian State Flight Academy Kropyvnytskyi, Ukraine

A Stewart Platform Inverse Kinematics Algorithm Linear Model

The aim of the study is to improve the quality of reproducing real aircraft movements in laboratory conditions using the Stewart platform. To achieve this, a key source of accuracy limitation is identified. This is an imperfection in the movement control systems of such platforms. There are two main reasons for such situation. The first one is the random nature of the platform multidimensional motions during reproducing flight conditions. The second one is connected with the presence of significant nonlinearities acting on the inputs and outputs of the platform due to the need to solve inverse and forward kinematics problems.

The article analyzes the methods for solving the Stewart platform kinematics inverse problem and shows that they all involve performing a number of nonlinear transformations. As a result of comparing the linearization methods and the experience of replacing a nonlinear element with a family of linear ones, active identification was chosen as the method for determining the specified family. A linearized model's structural diagram of the inverse kinematics problem solving process was developed. An algorithm for searching for transfer function matrices of this structural diagram was justified. The implementation of a new identification algorithm using the functions of the Matlab environment was presented. The influence of the intensity of a multidimensional broadband stationary random process on the parameters and structure of the linearized model was studied. The quality of linearization was assessed based on the determination of the mean square deviation of the signals at the outputs of the inverse kinematics unit and its linear model.

The results of the study show that linearization is expedient and possible to carry out by applying the technology of multidimensional object the dynamics model identification in the state space; the initial data for identification should be obtained from a computational or full-scale experiment; the dynamics of the platform desired position vector r should correspond to the problem that needs to be solved using the Stewart platform; the virtual or physical model of the process of solving the inverse kinematics problem should correspond to the design of the Stewart platform and the characteristics of the microcontroller controlling the position of the platform; further research should be directed to the linearization of the process of inverse kinematics of the Stewart platform with a narrow-band random vector of its desired position.

Stewart platform, inverse kinematics, identification, covariance, spectral density, matrix, perturbation, vector

Одержано (Received) 31.01.2026

Прорецензовано (Reviewed) 11.02.2026

Прийнято до друку (Approved) 02.03.2026